

Актуальні питання нафтогазової галузі

УДК 622.692.4.004

DOI: 10.31471/1993-9973-2020-2(75)-7-15

ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ВІДКРИТОЇ ДІЛЯНКИ МАГІСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДУ ПРИ ПРОХОДЖЕННІ НЕЮ ОЧИСНОГО ПОРШНЯ

В. Я. Грудз, Т. Ф. Тутко*, О. Я. Дубей

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15; тел. (0342) 727138,
e-mail: public@nuing.edu.ua

Задача вимушених коливань відкритої ділянки газопроводу при проходженні нею очисного поршня належить до класу задач вимушених коливань одновимірних пружних об'єктів під дією на них рухомого інерційного навантаження. На даний момент існують два напрями розв'язування такого класу задач. Перший напрям пов'язаний з інтегруванням диференціального рівняння в частинних похідних, і розв'язок таких задач є суперпозицією власних та супровідних коливань. Другий напрям не передбачає інтегрування диференціального рівняння у частинних похідних. До цього напряму належить метод узагальнених координат, узагальнених переміщень, а також різноманітні числові методи. Жоден з напрямів не є простим. Тому запропоновано метод, в якому перша математична модель забезпечує визначення вимушених коливань ділянки газопроводу при проходженні очисного поршня без врахування його інерційного навантаження на газопровід. А у подальшому передбачена розробка другої математичної моделі, яка на базі першої забезпечить наближене визначення прогинів осі газопроводу з врахуванням інерційного навантаження поршня на газопровід. Метою даної статті є отримання розв'язку задачі вимушених коливань ділянки газопроводу при проходженні очисного поршня без врахування сил інерції на газопровід. Задача розв'язувалася методом інтегрування диференціального рівняння у частинних похідних, застосовано метод Фур'є. Права частина неоднорідного диференціального рівняння розкладалася у нескінченний ряд, який є сумою добутків власних функцій вільних коливань ділянки газопроводу та невідомої функції часу. Після цього знайдено функцію часу у методі Фур'є, а отже, і розв'язок задачі у вигляді нескінченного ряду, доданки якого швидко зменшуються. Виконано обчислення прогинів осі газопроводу вздовж всієї ділянки газопроводу для різних моментів часу, окремих перерізів залежно від часу, а також згинальних моментів.

Ключові слова: диференціальне рівняння вимушених коливань ділянки газопроводу, інерційні навантаження очисного поршня, прогин осі газопроводу.

Задача вынужденных колебаний открытого участка газопровода при прохождении в нем очистного поршня принадлежит к классу задач вынужденных колебаний одномерных упругих объектов при воздействии на них подвижной инерционной нагрузки. На данный момент существуют два направления решения такого класса задач. Первое направление связано с интегрированием дифференциального уравнения в частных производных, и решение таких задач представляет собой суперпозицию собственных и сопровождающих колебаний. Второе направление не предусматривает интегрирования дифференциального уравнения в частных производных, а также различные числовые методы. Ни одно из направлений не является простым. Поэтому предложен метод, в котором первая математическая модель обеспечивает определение вынужденных колебаний участка газопровода при прохождении очистного поршня без учета его инерционной нагрузки на газопровод. В дальнейшем предусмотрена разработка второй математической модели, которая на

базе первой обеспечит приближенное определение прогибов оси газопровода с учетом инерционной нагрузки поршня на газопровод. Целью данной статьи является решение задачи вынужденных колебаний участка газопровода при прохождении очистного поршня без учета сил инерции на газопровод. Задача решалась способом интегрирования дифференциального уравнения в частных производных, применен метод Фурье. Правая часть неоднородного дифференциального уравнения раскладывалась в бесконечный ряд, который представляет собой сумму произведений собственных функций свободных колебаний участка газопровода и неизвестной функции времени. После этого найдена функция времени в методе Фурье, а следовательно, и решение задачи в виде бесконечного ряда, слагаемые которого быстро уменьшаются. Выполнен расчет прогибов оси газопровода вдоль всего участка газопровода для различных моментов времени, отдельных сечений в зависимости от времени, а также изгибающих моментов.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение вынужденных колебаний участка газопровода, инерционная нагрузка очистного поршня, прогибы оси газопровода.

The problem of forced oscillations of an open section of a gas pipeline during the cleaning piston passage belongs to the type of problems of forced oscillations of one-dimensional elastic objects under the influence of a moving inertial load on them. Currently, there are two ways to solve such problems. The first way is related to the integration of the partial differential equation and the solution of such problems is a superposition of eigenoscillations and accompanying oscillations. The second way does not involve the integration of the partial differential equation. Methods of generalized coordinates, generalized displacements and various numerical methods belong to the second type of solving. None of the mentioned methods is simple. Therefore, the authors suggest the method, in which the first mathematical model provides the determination of forced oscillations of the gas pipeline section during the passage of the cleaning piston without taking into account its inertial load on the gas pipeline. In future, on the basis of the first model it is planned to develop the second mathematical model which will provide an approximate determination of the deflections of the pipeline axis, taking into account the inertial load of the piston on the pipeline. The purpose of this article is to obtain a solution to the problem of forced oscillations of the pipeline section during the passage of the cleaning piston without taking into account the inertial forces on the pipeline. The problem is solved by partial differential equation, Fourier method is applied. The right side of the non-homogeneous differential equation is decomposed into an infinite series, which is the sum of the productions of the eigenfunctions of the pipeline section free oscillations and the unknown function of time. After finding out this function, the authors determine the unknown time function in the Fourier method and hence the solution of the problem in the form of an infinite series, the summands of which lessen rapidly. The authors calculate the deflections of the pipeline axis along the entire section of the gas pipeline for different points of time, as well as deflections of individual sections changing in time and moments of deflection.

Keywords: differential equation of forced oscillations of the gas pipeline section, inertial loads of the cleaning piston, deflection of the pipeline axis.

Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень і публікацій

Задача визначення вимушених коливань у надземній ділянці газопроводу, що виникають при проходженні нею під тиском газу очисного поршня, відноситься до класу задач одновимірних пружних об'єктів, що знаходяться під дією рухомого інерційного навантаження. Правильний вибір математичної моделі та методу розв'язання поставленої задачі дає необхідну інформацію, використання якої забезпечить безаварійну експлуатацію газопроводу (відсутність втрат стійкості газопроводу та його міцності).

Історично перше теоретичне дослідження цієї проблеми пов'язане з науковими статтями Н.Steuding [1] і G.W.Housner [2], які започаткували новий метод двохвильового подання коливань у вигляді суперпозиції власних та супровідних коливань. Фізична інтерпретація цього методу вперше була зроблена О. Горошко [3].

Поява цього методу викликана тим, що застосування методу Фур'є, яким розв'язуються

задачі вимушених коливань одновимірних пружних об'єктів при нерухомих навантаженнях, в загальному випадку є неможливою. У диференціальному операторі

$$-\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \quad (u - \text{деформація}$$

пружного об'єкта; v – швидкість руху рухомого об'єкта), величина якого пропорційна інерційному навантаженню рухомого об'єкта на нерухомий пружний об'єкт, є другим доданком, відповідає прискоренню Коріоліса рухомого масового навантаження. А це не дозволяє розділити просторову x і часову t змінні в області дійсних шуканих функцій. Тільки завдяки модифікації методу Фур'є вдалося розробити новий метод подання коливань пружних систем у вигляді суперпозиції власних і супровідних коливань.

Цьому методу присвячена значна кількість наукових праць [4–9]. У роботах [4, 5] викладена методика одержання розв'язку диференціальних рівнянь у вигляді двохвильового подан-

ня, які описують динаміку деяких конструкцій з рухомим навантаженням. В статті [6] дається аналіз робіт, що присвячені механіці пружних систем з рухомим інерційним навантаженням, дослідження яких виконано методом двохвильового представлення коливань. Також обговорюється застосування і розвиток методу двохвильового подання коливань в задачах динаміки підкріплених прямокутних пластин з рухомим інерційним навантаженням. Задача про коливання балки з рухомим рівномірно розподіленим інерційним навантаженням досліджується в [7]. У роботі [8] розглянуто основні механічні і відповідні їм математичні моделі деяких задач динаміки пружних систем при дії на них рухомого інерційного навантаження. Зокрема досліджується математична модель балки Тимошенка під дією рухомого інерційного навантаження. Балка знаходиться на пружній основі та під дією стискаючої сили. Задача розв'язана методом двохвильового подання коливань. Механічні і відповідні їм математичні моделі деяких задач динаміки пружних об'єктів під дією рухомого інерційного навантаження є предметом розгляду у статті [9]. Розв'язок задач будується на основі методу двохвильового подання коливань у вигляді суперпозиції власних та супровідних коливань.

Розрахунок стержневих систем на рухоме навантаження є предметом дослідження в [10]. Стержневі системи моделюють мости. Коливання пружної шарнірно закріпленої балки під інерційним рівномірно розподіленим рухомим навантаженням вивчається у статті [11].

Далеко не всі задачі одновимірних пружних об'єктів при дії на них рухомого інерційного навантаження можуть бути розв'язані методом двохвильового подання у вигляді суперпозиції власних та супровідних коливань. Другим напрямом вивчення коливань одновимірних пружних об'єктів під дією рухомого інерційного навантаження є напрям, який не передбачає інтегрування рівнянь у частинних похідних. До цього напрямку відносяться методи узагальнення координат, узагальнених переміщень. Методом узагальнених координат користувалися Тимошенко, Schallenkampfe. Цей же метод використав А.П.Філіпов при розв'язанні задачі коливань балки під дією рухомого вантажу [12]. Для знаходження узагальнених координат ним використані рівняння Лагранжа другого роду. Розв'язок справедливий для всіх відношень маси вантажу до маси балки.

Останнім часом для вивчення поперечних коливань прямолінійної ділянки трубопроводу, що виникають під час проходження діагности-

чного поршня, запропоновано метод узагальнених переміщень [13]. Цей метод передбачає попереднє задання власних форм коливань ділянки трубопроводу. При застосуванні коефіцієнтів амплітудних функцій як узагальнених координат він дає можливість описувати коливальні процеси звичайними диференціальними рівняннями. Зокрема, у даній роботі автори вибрали 10 власних форм коливань ділянки трубопроводу і розв'язування задачі звелось до розв'язування системи із 20 звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.

Підсумовуючи все вище викладене стосовно проблеми поперечних коливань одновимірних пружних об'єктів при дії на них рухомого інерційного навантаження, зауважимо про існування двох напрямів її вирішення:

1) використанням континуальних розрахункових моделей, в яких для розв'язання задачі необхідне інтегрування диференціальних рівнянь у частинних похідних;

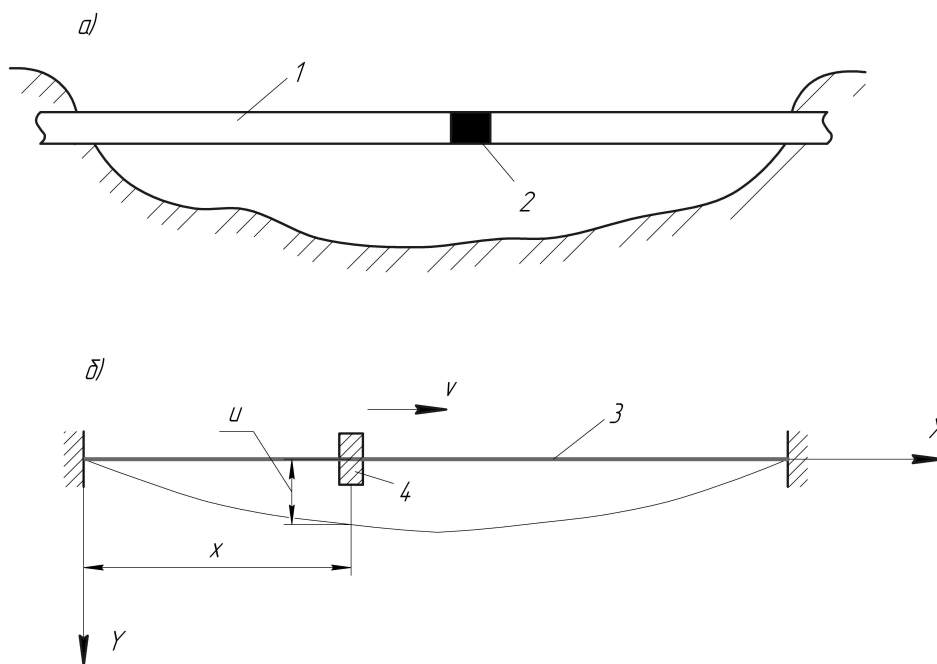
2) розв'язок задачі отримується без інтегрування рівнянь у частинних похідних: використовуються методи узагальнених координат, узагальнених переміщень або різноманітні числові методи.

Ні перший, ні другий напрями не є простими. Тому ставимо собі за мету розробити метод наближеного визначення поперечних коливань ділянки газопроводу з врахуванням для нього інерційного навантаження рухомого очисного поршня, який міститиме в собі елементи як одного, так і другого напрямів. У початковій математичній моделі поперечні коливання газопроводу при проходженні в ньому очисного поршня знаходитимуться без врахування інерційних навантажень на трубопровід методом інтегрування диференціального рівняння у частинних похідних, а у подальшому інерційні навантаження поршня на трубопровід будуть враховуватися наближеним методом.

Метою ж статті є визначення вимушених коливань відкритої ділянки газопроводу, що виникають в ньому при проходженні очисного поршня без врахування його сил інерції методом інтегрування диференціального рівняння у частинних похідних. Отриманий при цьому дослідженні результат буде використано у подальшому для розробки наближеного методу встановлення вимушених коливань ділянки газопроводу з врахуванням сил інерції очисного поршня.

Основна частина дослідження

Розглядається відкрита ділянка газопроводу, кінці якої защемлено. Розрахункова схема



а) 1 – газопровід; 2 – очисний поршень;
 б) 3 – защемлена з обох кінців балка; 4 – рухомий вантаж (v – швидкість руху вантажу)

Рисунок 1 – Схема відкритої ділянки газопроводу, кінці якої защемлено

такої ділянки зображена на рисунку 1. Вимушені коливання цієї ділянки потрібно визначити із розв'язку неоднорідного диференціального рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{G}{\rho A} \delta(x - vt), \quad (1)$$

при цьому початкові та граничні умови мають такий вигляд:

$$u|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = 0, \quad (3)$$

де $a^2 = EI/(A\rho)$;

u – переміщення точок осі газопроводу у перпендикулярному до її початкового положення напрямі;

x, t – координата осі газопроводу і час від початку руху очисного поршня відповідно

ρ, A, I – густина матеріалу газопроводу, площа його поперечного перерізу і осьовий момент інерції перерізу;

E – модуль пружності матеріалу труб газопроводу;

G – вага очисного поршня;

v – швидкість руху очисного поршня;

$\delta(x - vt)$ – дельта-функція Дірака [14].

Сформульовану задачу будемо розв'язувати методом розкладання шуканого розв'язку в ряд за власними функціями [15].

Подамо величину $G\delta(x - vt)$ у вигляді ряду

$$G\delta(x - vt) = X_1(x)S_1(t) + X_2(x)S_2(t) + \dots \quad (4)$$

і також у вигляді ряду шукатимемо розв'язок для прогинів (переміщень) центрів ваги перерізів газопроводу (метод Фур'є)

$$u(x, t) = X_1(x)T_1(t) + X_2(x)T_2(t) + \dots \quad (5)$$

де $X_1(x), X_2(x)$ і т.д. власні функції задачі про вільні коливання такої ж ділянки газопроводу. Вони мають такий вигляд [16]:

$$X_k(x) = K_4(\lambda_k)K_3\left(\frac{\lambda_k}{l}x\right) - K_3(\lambda_k)K_4\left(\frac{\lambda_k}{l}x\right), \quad (6)$$

$K_3\left(\frac{\lambda_k}{l}x\right), K_4\left(\frac{\lambda_k}{l}x\right)$ – функції Кривола

[17],

$$K_3\left(\frac{\lambda_k}{l}x\right) = \frac{1}{2} \left(ch \frac{\lambda_k}{l}x - \cos \frac{\lambda_k}{l}x \right),$$

$$K_4\left(\frac{\lambda_k}{l}x\right) = \frac{1}{2} \left(sh \frac{\lambda_k}{l}x - \sin \frac{\lambda_k}{l}x \right),$$

λ_k – корені трансцендентного рівняння $ch\lambda \cos \lambda = 1$.

Для визначення функції часу $S_i(t)$ множимо обидві частини рівняння (4) на $X_i(x)$ і інтегруємо результат по всій довжині ділянки газопроводу. У зв'язку з ортогональністю власних функцій у правій частині залишиться тільки один доданок, що відповідає номеру i , так що

$$S_i(t) = \frac{\int_0^l G\delta(x-vt)X_i(x)dx}{\int_0^l X_i^2(x)dx}. \quad (7)$$

На основі властивості дельта-функції чисельник в (7) буде

$$\int_0^l G\delta(x-vt)X_i(x)dx = G \left[K_4(\lambda_i)K_3\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - K_3(\lambda_i)K_4\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) \right]. \quad (8)$$

Знаменник в (7) матиме такий вигляд [17]:

$$\int_0^l X_i^2(x)dx = \frac{l}{4} \left[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i) \right]^2,$$

де $K_1(\lambda_i)$, $K_2(\lambda_i)$ – функції Крілова,

$$K_1(\lambda_i) = \frac{1}{2}(ch\lambda_i + \cos\lambda_i),$$

$$K_2(\lambda_i) = \frac{1}{2}(sh\lambda_i + \sin\lambda_i).$$

Приймаючи до уваги сказане, одержимо

$$S_i(t) = \frac{4G}{l \left[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i) \right]^2} \times \left[K_4(\lambda_i)K_3\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - K_3(\lambda_i)K_4\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) \right]. \quad (9)$$

Враховуючи те, що кожен доданок ряду (4) викликає рух, який описується відповідним доданком ряду (5), можна записати рівняння (1) у вигляді

$$X_i \ddot{T}_i + a^2 X_i^{IV} T_i = \frac{X_i S_i}{\rho A}. \quad (10)$$

Ділимо обидві частини рівняння (10) на $X_i T_i$ і отримуємо

$$-a^2 \frac{X_i^{IV}}{X_i} = \frac{\ddot{T}_i}{T_i} - \frac{S_i}{\rho A T_i}. \quad (11)$$

Ліва частина рівняння (11) дорівнює $-p_i^2$ (p_i – власна частота коливань, $p_i = \frac{\lambda_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ [17]). Тому отримуємо диференціальне рівняння для функції T_i

$$\ddot{T}_i + p_i^2 T_i = \frac{S_i}{\rho A}. \quad (12)$$

Загальний розв’язок рівняння (12) має такий вигляд:

$$T_i(t) = \frac{1}{\rho A p_i} \int_0^t S_i(\tau) \sin p_i(t-\tau) d\tau. \quad (13)$$

Підставляємо в (13) аналітичний вираз для функції $S_i(t)$

$$T_i(t) = \frac{4G}{\rho A l p_i \left[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i) \right]^2} \times \int_0^t \left[K_4(\lambda_i)K_3\left(\frac{\lambda_i}{l}v\tau\right) - K_3(\lambda_i)K_4\left(\frac{\lambda_i}{l}v\tau\right) \right] \times \sin p_i(t-\tau) d\tau. \quad (14)$$

Після виконання інтегрування в (14) функція $T_i(t)$ представлятиметься таким аналітичним виразом:

$$T_i(t) = \frac{2G}{\rho A l p_i \left[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i) \right]^2} \times \left\{ \frac{p_i K_4(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 + p_i^2} \left[ch\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \cos p_i t \right] + \frac{p_i K_4(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 - p_i^2} \left[\cos\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \cos p_i t \right] - \frac{K_3(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 + p_i^2} \left[p_i sh\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \frac{\lambda_i}{l} v \sin p_i t \right] - \frac{K_3(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 - p_i^2} \left[p_i \sin\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \frac{\lambda_i}{l} v \sin p_i t \right] \right\}, \quad (15)$$

Враховуючи вираз (6) для власних функцій і той факт, що їх є безмежна кількість, отримуємо розв’язок поставленої задачі у такому вигляді:

$$u(x,t) = \frac{2G}{\rho A l} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_4(\lambda_i)K_3\left(\frac{\lambda_i}{l}x\right) - K_3(\lambda_i)K_4\left(\frac{\lambda_i}{l}x\right)}{p_i \left[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i) \right]^2} \times \left\{ \frac{p_i K_4(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 + p_i^2} \left[ch\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \cos p_i t \right] + \frac{p_i K_4(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 - p_i^2} \left[\cos\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \cos p_i t \right] - \frac{K_3(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 + p_i^2} \left[p_i sh\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \frac{\lambda_i}{l} v \sin p_i t \right] - \frac{K_3(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 - p_i^2} \left[p_i \sin\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \frac{\lambda_i}{l} v \sin p_i t \right] \right\}$$

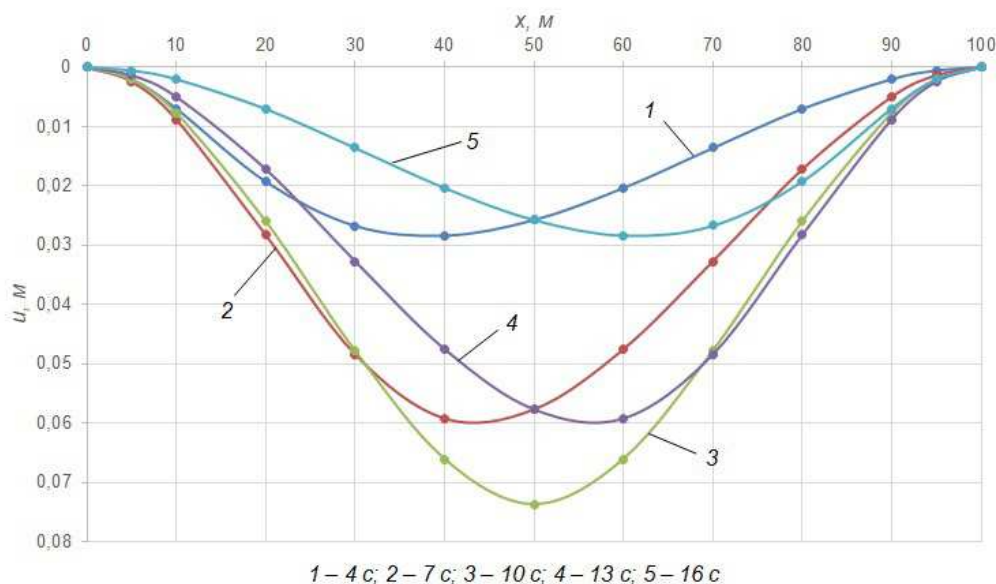


Рисунок 2 – Залежність прогинів осі трубопроводу від її координати для різних моментів часу

$$-\frac{K_3(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 + p_i^2} \left[p_i \operatorname{sh}\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \frac{\lambda_i}{l}v \sin p_i t \right] - \left. -\frac{K_3(\lambda_i)}{\left(\frac{\lambda_i}{l}v\right)^2 - p_i^2} \left[p_i \sin\left(\frac{\lambda_i}{l}vt\right) - \frac{\lambda_i}{l}v \sin p_i t \right] \right\}. \quad (16)$$

Користуючись розв’язком (16), виконано обчислення прогинів осі газопроводу в різних перерізах вздовж всієї його відкритої ділянки і для різних моментів часу. Для виконання обчислень було прийнято такі вихідні дані:

- довжина відкритої ділянки газопроводу $l = 100 \text{ м}$;
- зовнішній діаметр газопроводу і товщина його стінки $D_3 = 1020 \text{ мм}$; $\delta = 10 \text{ мм}$;
- вага очисного поршня і швидкість його руху $G = 11772 \text{ Н}$, $v = 5 \text{ м/с}$;
- густина матеріалу труб газопроводу і модуль пружності $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$, $E = 2,05 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

Отримані результати розрахунків за формулою (16) подано на рисунках 2 і 3. На рисунку 2 зображена зміна прогинів осі газопроводу вздовж всієї його відкритої ділянки для моментів часу $t = 4 \text{ с}$; 7 с ; 10 с ; 13 с і 16 с . Максимальний прогин знаходиться посередині відкритої ділянки газопроводу і відповідає моменту часу $t = 10 \text{ с}$, тобто моменту часу, коли очисний поршень проходить саме через середину відкритої ділянки газопроводу. Цей прогин складає $u \cong 74 \text{ мм}$.

Потрібно ще вказати на те, що прогин перерізів однаково віддалених від середини відкритої ділянки для моментів часу, які однаково віддалені від моментів початку і кінця руху поршня на ділянці, є однаковими. На рисунку 2 сказаному відповідають криві 1 і 5, 2 і 4.

На рисунку 3 представлена залежність прогинів окремих перерізів трубопроводу від часу. Чим ближче знаходиться переріз від середини відкритої ділянки трубопроводу, тим більшим є його максимум прогину. Якщо переріз знаходиться ближче до початку відкритої ділянки, то максимум прогину є ближчим до початку відкритої ділянки трубопроводу ніж до її кінця і навпаки.

Крім того, були обчислені згинальні моменти вздовж відкритої ділянки газопроводу для різних моментів часу ($M = -EI\partial^2 u/\partial x^2$). Отримані результати подані на рисунку 4. Максимальний додатний згинальний момент відповідає моменту часу $t = 10 \text{ с}$ у середньому перерізі ділянки газопроводу. А найбільший момент із шести взятих моментів часу відповідає моменту $t = 14 \text{ с}$ і рівний $M \cong -175 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Висновки

Наукова новизна даної роботи полягає в тому, що для вирішення проблеми вимушених коливань ділянки газопроводу з врахуванням інерційного навантаження очисного поршня прийнята перша (груба) математична модель, за допомогою якої визначаються прогини осі газопроводу без врахування сил інерції очисного поршня.

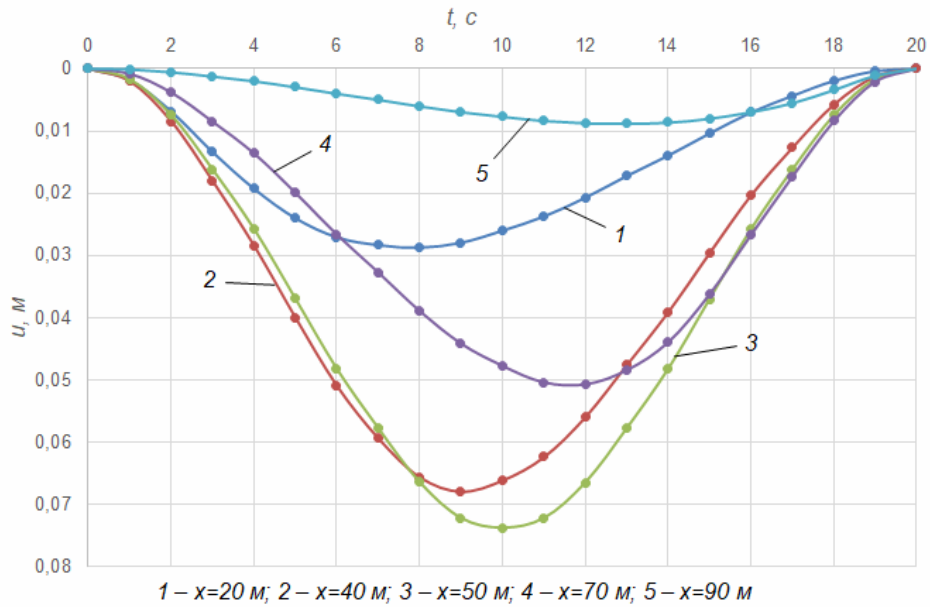


Рисунок 3 – Залежність переміщень окремих точок осі трубопроводу від часу

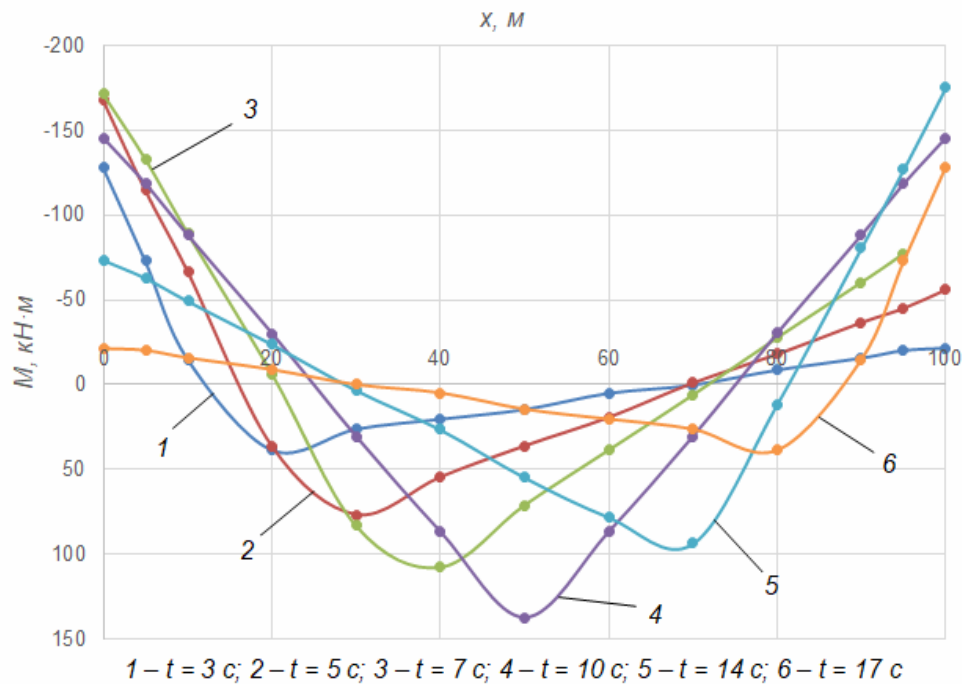


Рисунок 4 – Згинальні моменти в трубопроводі по його довжині

Очевидно, що чим більшим є відношення маси ділянки газопроводу до маси очисного поршня, тим менший вплив чинитимуть сили інерції поршня на динамічні прогини осі газопроводу.

Прийняті дані виконаного розрахунку показують, що це співвідношення у нашому випадку складає $\alpha = 20,757$. Тож сили інерції очисного поршня у даному випадку слабо впливатимуть на прогин осі трубопроводу.

Перспектива подальшого дослідження полягає у розроблянні другої математичної моделі, яка на базі першої моделі враховуватиме наближено і вплив сил інерції очисного поршня на динамічні прогини осі газопроводу.

Література

1. Steuding H. Schwingung von Trager bei bewegten Lasten. *Ingenieur Archiv*. 1934. P.275-305.
2. Housner G. W. Bending Vibrations of a Pipe line Containing Flowing Fluid. *Journal of Applied Mechanics. Trans ASME* . 1952. Vol 19. No 2. P. 205-209.
3. Горошко О. А. Собственные и сопровождающие колебания в системе с подвижными инерционными нагрузками. *Труды V Международной конференции по нелинейным колебаниям*. Киев, 1970. С.215-219.
4. Горошко О. А., Демьяненко А. Г. О двухволновом представлении решения дифференциальных уравнений, описывающих динамику некоторых конструкций с подвижной нагрузкой. *Украинский математический журнал*. 1974. Т. 26.8.5. С. 648-651.
5. Евстратенко Д., Демьяненко А. Исследование динамики одномерных упругих объектов на основе уточненной модели. *Theoretical Foundation of Civil Engineering*. Warsaw, 2009. Vol. 17. P. 63-68.
6. Демьяненко А. Г., Евстратенко Д. А. Метод двухволнового представления колебаний и его развитие в задачах строительной механики упругих конструкций с подвижной инерционной нагрузкой. *Вісник ПДБА*. 2010. № 6. С. 43-50.
7. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1987. 352 с.
8. Дем'яненко А. Г. Механічні і математичні моделі деяких задач динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням та їх дослідження. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2014. № 2(74). С. 12-22.
9. Дем'яненко А. Г. Деякі особливості і аналогії математичних моделей задач динаміки пружних об'єктів з рухомим інерційним навантаженням. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2017. № 3(86). С. 5-9.
10. Иванченко И. И. Метод расчета на подвижную нагрузку стержневых систем, моделирующих мосты. *Известия АН РФ. Механика твердого тела*. 2001. №4. С.151-165.
11. Szczesniak W., Zbiciak A. Колебания упругой шарнирно закрепленной балки с одной степенью свободы под инерционной равномерно распределенной подвижной нагрузкой. *Российско-польский семинар "Теоретические основы строительства"*. Москва – Иваново. Сб. работ. Warszawa. Wyd. Politechn.Warszawskiy. 2001. С. 173-200.
12. Філіпов А. П. Коливання балки під дією рухомого вантажу. *Прикладна механіка*. 1955. Т. 1, В. 3. С. 268-275.
13. Теслюк В. М., Харченко Л. Є. Математичне моделювання згинних коливань прямолинійної ділянки трубопроводу під дією рухомого діагностичного поршня. *Моделювання та інформаційні технології*. 2013. В. 69. С. 126-135.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. 720 с.
15. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1976. 320 с.
16. Грудз В. Я., Тутко Т. Ф., Пиріг Т. Ю. Вільні коливання надземної ділянки магістрального газопроводу після проходження по ній очисного чи діагностичного поршня. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2019. № 3(72). С. 69-75.
17. Филиппов А. П. Колебания механических систем. Киев: Наукова думка, 1965. 716с.

References

1. Steuding H. Schwingung von Trager bei bewegten Lasten. *Ingenieur Archiv*. 1934. P.275-305.
2. Housner G. W. Bending Vibrations of a Pipe line Containing Flowing Fluid. *Journal of Applied Mechanics. Trans ASME* . 1952. Vol 19. No 2. P. 205-209.
3. Goroshko O. A. Sobstvennyie i soprovozhdayuschie kolebaniya v sisteme s podvizhnyimi inertsionnyimi nagruzkami. *Trudyi V Mezhdunarodnoy konferentsii po nelineynim kolebaniyam*. Kiev, 1970. P. 215-219. [in Russian]
4. Goroshko O. A., Demyanenko A. G. O dvuhvolnovom predstavenii resheniya differentsialnyih uravneniy, opisyivayuschih dinamiku nekotoryih konstruksiy s podvizhnoy nagruzkoy. *Ukrainskiy matematicheskiy zhurnal*. 1974. Vol. 26.8.5. P. 648-651. [in Russian]
5. Evstratenko D., Demyaneko A. Issledovanie dinamiki odnomernyih uprugih ob'ektov na osnove utochnennoy modeli. *Theoretical Foundation of Civil Engineering*. Warsaw, 2009. Vol.17. P. 63-68. [in Russian]
6. Demyanenko A. G., Evstratenko D. A. Metod dvuhvolnovogo predstaveniya kolebaniy i ego razvitie v zadachah stroitelnoy mehaniki uprugih konstruksiy s podvizhnoy inertsionnoy nagruzkoy. *Visnik PDBA*. 2010. No 6. P. 43-50. [in Russian]
7. Panovko Ya. G., Gubanova I. I. Ustoychivost i kolebaniya uprugih sistem. М.: Nauka, 1987. 352 p. [in Russian]

8. Demianenko A. H. Mekhanichni i matematychni modeli deiakykh zadach dynamiky pruzhnykh system z rukhomym inertsiiym navantazhenniam ta yikh doslidzhennia. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. 2014. No 2(74). P. 12-22. [in Ukrainian]
9. Demianenko A. H. Deiaki osoblyvosti i analogii matematychnykh modelei zadach dynamiky pruzhnykh ob'ektiv z rukhomym inertsiiym navantazhenniam. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. 2017. No 3(86). P. 5-9. [in Ukrainian]
10. Ivanchenko I. I. Metod rascheta na podvizhnyu nagruzku sterzhnevyyih sistem, modeliruyuschih mostyi. *Izvestiya AN RF. Mehanika tverdogo tela*. 2001. No 4. P.151-165. [in Russian]
11. Szczesniak W., Zbiciak A. Kolebaniya uprugoy sharnirno zakreplenny balki s odnoy stepenyu svobody pod inertsionnoy ravnomerno raspredelennoy podvizhnoy nagruzkoy. *Rossiyskopol'skiy seminar "Teoreticheskie osnovyi stroitel'stva"*. Moskva – Ivanovo. Sb. rabot. Warszawa. Wyd. Politechn.Warszawskiy. 2001. C. 173-200. [in Russian]
12. Filipov A. P. Kolyvannia balky pid diieiu rukhomoho vantazhu. *Prykladna mekhanika*. 1955. Vol.1, V.3. P. 268-275. [in Ukrainian]
13. Tesliuk V. M., Kharchenko L. Ye. Matematychno modeliuвання zghynnykh kolyvan priamoliniinoi dilianky truboprovodu pid diieiu rukhomoho diahnostychnoho porshnia. *Modeliuвання ta informatsiini tekhnolohii*. 2013. V.69. P. 126-135. [in Ukrainian]
14. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlya nauchnyih rabotnikov i inzhenerov. M.: Nauka, 1970. 720 p. [in Russian]
15. Panovko Ya. G. Osnovyi prikladnoy teorii kolebaniy i udara. L.: Mashinostroenie, 1976. 320 p. [in Russian]
16. Hrudz V. Ya., Tutko T. F., Pyrih T. Yu. Vilni kolyvannia nadzemnoi dilianky mahistralnoho hazoprovodu pislia prokhodzhennia po nii ochysnoho chy diahnostychnoho porshnia. *Rozvidka i rozrobka naftovykh i hazovykh rodovyshch*. 2019. No 3(72). P. 69-75. [in Ukrainian]
17. Filippov A. P. Kolebaniya mehanicheskikh sistem. Kiev: Naukova dumka, 1965. 716 p.